

DesignMat Ugeseddel 1

Repetition af forårets pensum

Institut for Matematik

Efterår 2010

1 Forberedelse

Kig på forelæsningsnoterne for efterårets uge 1 på hjemmesiden. Installér Maple 14.

2 Aktiviteter mandag 13–17

2.1 Forelæsning

Oversigt over forårets pensum.

2.2 Øvelser

1. Betragt differentialligningen

$$x'' + (x')^2 - \sin t \cdot x = \cos t \quad (1)$$

- (a) Er differentialligningen (1) lineær?
- (b) Find (med udviklingspunkt 0) Taylorpolynomiet af orden 3 for løsningen til (1) med begyndelsesværdierne $x(0) = 0$ og $x'(0) = 3$. Vink: Forsøg ikke på at løse (1). Brug håndregning og kontrollér resultatet i Maple.

2. Der er givet matricen

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \\ 10 & -12 & 3 \end{bmatrix}$$

Find egenverdier og egenvektorer for A . Brug håndregning og kontrollér resultatet i Maple.

3. Lad funktionen p være givet ved $p(z) = z^3 + 6z^2 + 12z + 16$ for alle $z \in \mathbb{C}$.

- (a) Find $p(2e^{i2\pi/3})$ og $p(-4)$. Brug håndregning og kontrollér resultatet i Maple.
- (b) Udnyt resultatet af spørgsmål 1 til at finde rødderne i $p(z)$ og indtegn disse i den komplekse plan. Rødderne skal angives på rektangulær form.

4. $(E2)^1$ I $C^0(\mathbb{R})$ er givet vektorerne

$$f_1(x) = e^x, f_2(x) = e^{-x}, f_3(x) = \cosh(x), f_4(x) = \sinh(x), f_5(x) = e^{2x}$$

Lad $U = \text{span}(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)$.

¹Opgaver markeret med E2 er opgaver af en type, der vil egne sig til 2-timersprøven i december. Ved 2-timersprøven vil evt. bemærkninger om Maple dog være fjernet.

- (a) Vis, at $a = (f_1, f_2, f_5)$ er en basis for U . Gå frem således: Forklar først, hvorfor f_1, f_2, f_5 udspænder U . Vis dernæst, at f_1, f_2, f_5 er lineært uafhængige direkte ud fra definitionen af lineær uafhængighed af funktioner. Vink hertil: Udnyt, at hvis $c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x) + c_5 f_5(x) = 0$ for alle $x \in \mathbb{R}$, så gælder det samme for de første og anden afledede funktioner. Indsæt så $x = 0$ i de 3 ligninger. Løs for c_1, c_2 og c_5 .
- (b) Find koordinatmatricen ${}_a V$ for (f_3, f_4, f_5) mht. basis a .
- (c) Forklar hvorfor $b = (f_3, f_4, f_5)$ også er en basis for U .

3 Ugens Mapleprocedurer

- dsolve med `type=series`
- Eigenvectors
- complexplot

4 Hjemmeopgaver

Hjemmeopgaverne er opgaver, der regnes uden for øvelsestiden. Dette betyder, at man ikke skal forvente hjælp i øvelsestiden til disse opgaver. Hjælp til øvelsesopgaverne har førsteprioritet.

1. MA1 opgave 275. Brug gerne Maple. Vink: Differentiér venstresiden. Tegn også grafen for venstresiden på intervallet $[-15, 15]$.
2. Der er givet differentialligningen

$$x''' + 6x'' + 12x' + 16x = 8e^{-2t} \quad (2)$$

- (a) Find ved håndregning den fuldstændige løsning til (2). Vink: Sammenhold med øvelse 3. Kontrollér resultatet vha. dsolve i Maple.
- (b) Bestem vha. Maple den løsning, X , der opfylder begyndelsesbetingelserne $x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 3$, og tegn grafen for denne løsning på intervallet $[0, 8]$.
- (c) Find ved numerisk løsning (fsolve i Maple) de to første positive nulpunkter for $X(t)$. Find også et nulpunkt i nærheden af $t = 100$. Forklar, hvorfor det næste nulpunkt herefter er ca. $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ større og kontrollér vha. fsolve, at dette er korrekt.

5 Afleveringsopgaver

Visse af hjemmeopgaverne og visse af øvelsesopgaverne skal afleveres. Der afleveres opgaver 3 gange pr. semester. Datoerne for afleveringerne fremgår af hjemmesiden. Hvilke opgaver, der skal afleveres, vil blive offentliggjort på hjemmesiden 6 dage før afleveringstidspunktet.

Om afleveringen

1. Sørg for allerede fra starten at skrive forklaringer sammen med beregninger. Dette vil lette afpudsningen, når det via hjemmesiden oplyses, hvilke af opgaverne, der skal afleveres.
2. Brug både Maple og håndregning. Det er vigtigt, at svar altid kontrolleres. Hertil er Maple et fortrinligt hjælpemiddel. Regnefejl bør af den grund slet ikke forekomme.
3. Mellemregninger skal altid angives og forklaringer anføres. Også i et Maple-worksheet skal skrives forklarende tekst mellem udregningerne.
4. Undgå *Cut and Paste* i Maple: Gem i stedet resultater, der skal bruges senere, i en variabel.
5. **Vi insisterer i kurset på, at man bruger Maple notation i input og arbejder i worksheet mode.**