DesignMat Ugeseddel 13
Opgaveregning

Institut for Matematik

Efterår 2010

1 Øvelser mandag 13–17

Brug gerne Maple i samtlige øvelser i denne uge i det omfang det er muligt, men husk på at *til 2-timersprøven forlanges mellemregninger i rimeligt omfang.* Se nedenfor!

1. LA: Eksamen i Lineær Algebra 30. maj 1997: Opgave 3.
2. LA: Eksamen i Lineær Algebra 19. december 1997: Opgave 1.
3. LA: Eksamen i Lineær Algebra 19. december 1997: Opgave 4.
4. LA: Eksamen i Lineær Algebra 2. juni 1998: Opgave 3.
5. MA2 side 104, Januar 1992: Opgave 401.
6. MA2 side 105, Januar 1992: Opgave 406.
7. MA2 side 107, Maj 1992: Opgave 413.
8. MA2 side 124, Juni 1996: Opgave 468.

2 Mellemregninger til eksamen 9. december

Til 2-timersprøven kræves anført mellemregninger i rimeligt omfang. Hvordan mellemregningerne produceres er irrelevant, de skal blot være der.

Mellemregninger er til stede i rimeligt omfang, når besvarelsen kan læses og forstås uden at læseren skal gribe til regnemaskiner af den ene eller den anden slags.

De eneste *undtagelser* hertil er at man ved følgende operationer ikke behøver at angive mellemregninger.

1. differentiation
2. udregning af stamfunktioner (dvs. ubestemte integraler)
3. gauss-elimination (til echelonform og til reduceret echelonform)
4. udregning af determinanter
5. bestemmelse af rødder i polynomier

Bemærk, at de tre sidste undtagelser er nye i forhold til forårsprøven.

Eksempel 1 *Får man brug for at udregne* $\frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\sin(x+4y)-\cos(x)+7y\right)$ *kan man nøjes med at anføre resultatet:*

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\sin(x+4y)-\cos(x)+7y\right)=4y^2\cos(x+4y)+2y\sin(x+4y)+7$$

Eksempel 2 *Får man brug for at udregne* $\int x^2 \sin(x)\, dx$ *kan man nøjes med følgende*

$$\int x^2 \sin(x)\, dx = 2\cos x - x^2 \cos x + 2x \sin x + C$$

Eksempel 3 *Ønsker man at bestemme den inverse matrix til matricen* A *givet ved*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

så behøver man blot forklare, at A^{-1} *kan bestemmes ved gausselimination til reduceret echelon-form på totalmatricen* $[A\,|I\,]$*, angive eliminationsresultatet*

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{18} & \frac{2}{9} & \frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{9} & \frac{5}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{23}{18} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

og til sidst skrive resultatet

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{18} & \frac{2}{9} & \frac{1}{6} \\ -\frac{11}{9} & \frac{5}{9} & -\frac{1}{3} \\ \frac{23}{18} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

Eksempel 4 *Skal egenværdierne for matricen* A *ovenfor bestemmes, behøver man blot forklare, at disse er rødderne i karakterpolynomiet* $\det(A - \lambda I)$ *og dernæst bare skrive resultatet på formen*

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 3 \\ 4 & 5-\lambda & 6 \\ 3 & -2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 5\lambda^2 + 6\lambda - 18$$

Rødderne i polynomiet kan herefter blot angives. De er ikke kønne at se på i dette tilfælde, men uden at finde rødderne kan det siges (da $\det A = \det(A - 0I) = -18$*), at enten er netop én negativ eller også er alle 3 negative. Da sporet jo er* $1 + 5 - 1 = 5 > 0$*, er der kun én negativ rod. De to resterende rødder er enten begge reelle og positive eller begge imaginære med positiv realdel. Da polynomiet for* $\lambda = 2$ *har værdien* $6 > 0$ *må de være reelle og positive (overvej det!).*