

DesignMat Ugeseddel 4

Lineære ligningssystemer og matricer

Institut for Matematik

Forår 2010

1 Forberedelse

Læs LA pp. 45 - 62. Kig især på eksemplerne 2.1 - 2.5. Prøv også udregningerne med brug af Maple.

2 Aktiviteter mandag fra 13-17

2.1 Forelæsning

Emner fra *Lineær Algebra*, Kapitel 2, afsnit 2.1-2.2.

- Matrixalgebra: Sum og produkt af matricer. Multiplikation med skalar.
- Transponering af en matrix.
- Række-ækvivalente matricer (ingen søjleombytninger!).
- Matrixrang. Sætning 1.9 i rangformulering.
- Bemærkning til matrixligninger.

2.2 Øvelser

1. Givet matricerne $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Udregn ved håndkraft, om muligt, $2A - 3B$, $2A^T - 3B^T$, $2A - 3B^T$, AB , AB^T , BA^T , $B^T A$ og $A^T B$.

2. Udfør beregningerne i LA eksempel 2.10 ved hjælp af Maple. Brug `RowOperation` og/eller `Pivot`. Kontrollér med `GaussianElimination`. Afprøv også `Rank`.

3. (F2)¹ Løs matrixligningen $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$. Vink:

Transponér! Brug gerne Maple til regningerne.

4. (F2) Find for enhver reel værdi af a samtlige løsninger til det lineære ligningssystem

$$ax_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + ax_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + ax_3 = 1$$

Brug gerne Maple, men vær opmærksom på, at *Maple ignorerer specialtilfælde*. Disse må man altså sørge for at finde og behandle specielt.

¹Opgaver markeret med F2 er opgaver af en type, der vil egne sig til 2-timersprøven til sommer. Ved 2-timersprøven vil evt. bemærkninger om Maple dog være fjernet.

5. To matricer siges at kommutere, hvis $AB = BA$. Lad $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Find alle de matricer B , der kommuterer med A . Brug gerne Maple til regningerne.
6. LA: Opgave 2.20. Brug gerne LinearSolve i Maple.

3 Ugens Mapleprocedurer

- Transpose
- RowOperation, Pivot
- Rank

4 Hjemmeopgaver

Hjemmeopgaverne er opgaver, der regnes uden for øvelsestiden. Dette betyder, at man ikke skal forvente hjælp i øvelsestiden til disse opgaver. Hjælp til øvelsesopgaverne har første prioritet.

1. LA: Opgave 2.4. Håndregning med Maplekontrol.
2. Vis, at de matricer B , der kommuterer med $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, alle kan skrives på formen $B = c_0I + c_1A$. (Udnyt resultatet fra øvelse 5).
3. LA: Opgave 2.6. Brug gerne Maple til regningerne.
4. Opgave om differentiation af matricer. Lad $A(t)$ og $B(t)$ være 2×2 -matricer. Find en formel for $\frac{d}{dt}(A(t)B(t))$. Brug gerne Maple. Vink: Begynd med at gætte på en rimelig formel, evt. efter at have eksperimenteret. Vis derefter at formelen er korrekt.

5 Afleveringsopgaver

Visse af hjemmeopgaverne og visse af øvelsesopgaverne skal afleveres. Der afleveres opgaver 3 gange pr. semester. Datoerne for afleveringerne fremgår af hjemmesiden. Hvilke opgaver, der skal afleveres, vil blive offentliggjort på hjemmesiden 6 dage før afleveringstidspunktet.

Om afleveringen

1. Sørg for allerede fra starten at skrive forklaringer sammen med beregninger. Dette vil lette afpudsningen, når det via hjemmesiden oplyses, hvilke af opgaverne, der skal afleveres.
2. Brug både Maple og håndregning. Det er vigtigt, at svar altid kontrolleres. Hertil er Maple et fortrinligt hjælpemiddel. Regnefejl bør af den grund slet ikke forekomme.
3. Mellemregninger skal altid angives og forklaringer anføres. Også i et Maple-worksheet skal skrives forklarende tekst mellem udregningerne.
4. Undgå *Cut and Paste* i Maple: Gem i stedet resultater, der skal bruges senere, i en variabel.
5. **Vi insisterer i kurset på, at man bruger Maple notation i input og arbejder i worksheet mode.**