

DesignMat Ugeseddel 11

Vektorrum, lineær uafhængighed

Institut for Matematik

Forår 2010

1 Forberedelse

Eksemplerne 5.1–5.6 i Lineær Algebra, kapitel 5.

2 Aktiviteter mandag 13–17

2.1 Forelæsning

Emner fra *Lineær Algebra*, Afsnit: 5.1 - 5.3.

- Vektorrum
- Underrum
- Linearkombination
- Mængden af linearkombinationer: span
- Lineær uafhængighed
- Basis

2.2 Øvelser

Brug gerne Maple i samtlige øvelser i denne uge i det omfang det er muligt.

1. (F2)¹ Undersøg for ethvert af følgende systemer af vektorer om det er lineært uafhængigt:
 - (a) $(1, 2, 1, 0), (2, 7, 3, 1), (3, 12, 5, 2)$ (i vektorrummet \mathbb{R}^4).
 - (b) $1 + 2x + 3x^2 + x^3, 2 + 5x - x^2 + x^3, -3 + 2x - 4x^2 - 2x^3$ (i vektorrummet $P_3(\mathbb{R})$).
 - (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ (i vektorrummet $\mathbb{R}^{2 \times 3}$).
2. Angiv nulvektoren i vektorrummene \mathbb{R}^4 , $C^0(\mathbb{R})$, $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ og $P_3(\mathbb{R})$. Undersøg dernæst, om følgende delmængder af vektorrum er underrum af de angivne vektorrum:
 - (a) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 0\}$ som delmængde af vektorrummet \mathbb{R}^4 .
 - (b) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$ som delmængde af vektorrummet \mathbb{R}^4 .
 - (c) Mængden af differentiable funktioner som delmængde af vektorrummet $C^0(\mathbb{R})$.
 - (d) $\{A \mid \det A = 0\}$ som delmængde af $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.

¹Opgaver markeret med F2 er opgaver af en type, der vil egne sig til 2-timersprøven til sommer. Ved 2-timersprøven vil evt. bemærkninger om Maple dog være fjernet.

- (e) $\{p \mid p = a_3x^3 + a_2x^2 + a_0, \quad a_3, a_2, a_0 \in \mathbb{R}\}$ som delmængde af vektorrummet $P_3(\mathbb{R})$.
3. (F2) Lad $v_1 = (7, 9, 13, 0)$, $v_2 = (2, 3, -9, 4)$, $v_3 \in (0, 1, 0, 1)$. Undersøg, om $a \in \mathbb{R}$ kan vælges så $(1, 2, 3, a) \in \text{span}(v_1, v_2, v_3)$.
 4. (F2) LA: Opgave 5.6.
 5. (F2) LA: Opgave 5.8.

3 Ugens Mapleprocedurer

- GaussianElimination
- LinearSolve
- Rank

4 Hjemmeopgaver

Hjemmeopgaverne er opgaver, der regnes uden for øvelsetiden. Dette betyder, at man ikke skal forvente hjælp i øvelsetiden til disse opgaver. Hjælp til øvelsesopgaverne har første prioritet.

1. (F2) LA: Opgave 5.3. Brug gerne Maple i det omfang det er muligt.
2. (F2) LA: Opgave 5.4. Brug gerne Maple i det omfang det er muligt.
3. (F2) LA: Opgave 5.5. Brug gerne Maple i det omfang det er muligt.

5 Afleveringsopgaver

Visse af hjemmeopgaverne og visse af øvelsesopgaverne skal afleveres. Der afleveres opgaver 3 gange pr. semester. Datoerne for afleveringerne fremgår af hjemmesiden. Hvilke opgaver, der skal afleveres, vil blive offentliggjort på hjemmesiden 6 dage før afleveringstidspunktet.

Om afleveringen

1. Sørg for allerede fra starten at skrive forklaringer sammen med beregninger. Dette vil lette afpudsningen, når det via hjemmesiden oplyses, hvilke af opgaverne, der skal afleveres.
2. Brug både Maple og håndregning. Det er vigtigt, at svar altid kontrolleres. Hertil er Maple et fortrinligt hjælpemiddel. Regnefejl bør af den grund slet ikke forekomme.
3. Mellemregninger skal altid angives og forklaringer anføres. Også i et Maple-worksheet skal skrives forklarende tekst mellem udregningerne.
4. Undgå *Cut and Paste* i Maple: Gem i stedet resultater, der skal bruges senere, i en variabel.
5. **Vi insisterer i kurset på, at man bruger Maple notation i input og arbejder i worksheet mode.**