

DesignMat Ugeseddel 12

Basis og Koordinater

Institut for Matematik

Forår 2010

1 Forberedelse

Eksemplerne 5.13, 5.14, 5.18, 5.20 i Lineær Algebra, kapitel 5.

2 Aktiviteter mandag 13–17

2.1 Forelæsning

Emner fra LA: Afsnit 5.3 - 5.5.

- Basis og dimension af et vektorrum
- Koordinater for vektor
- Koordinatmatrix for system af vektorer

2.2 Øvelser

Brug gerne Maple i samtlige øvelser i denne uge i det omfang det er muligt.

1. (F2)¹ LA: Opgave 5.16.
2. (F2) I vektorrummet $P_3(\mathbb{R})$ er givet vektorerne (polynomierne) $P_1(x) = 1 + x - 2x^2 + 2x^3$, $P_2(x) = x + x^2 - 3x^3$, $P_3(x) = 2x^3$ og $P_4(x) = 1 + 3x + 4x^3$. Undersøg, om $P_4(x) \in \text{span}\{P_1(x), P_2(x), P_3(x)\}$.
3. Undersøg følgende systemer af vektorer for lineær uafhængighed:
 - (a) $\cos^2 x$, $\sin^2 x$ (i vektorrummet $C^0(\mathbb{R})$).
 - (b) $\cos^2 x$, $2 - 2\sin^2 x$, $\ln(4x^2 + 5)$ (i vektorrummet $C^0(\mathbb{R})$).
 - (c) $\cos x$, $\sin x$, e^{ix} (i vektorrummet $C^0(\mathbb{R})$ med skalarlegeme \mathbb{C}).
 - (d) 1 , e^{ix} , e^{2ix} , e^{3ix} (i vektorrummet $C^0(\mathbb{R})$ med skalarlegeme \mathbb{C}). Vink: Nedskriv en linearkombination af de givne funktioner og sæt lig med nulfunktionen. Multiplicér med e^{-inx} og integrér fra 0 til 2π . Udnyt, at der for hele tal n og k gælder $\int_0^{2\pi} e^{ikx} e^{-inx} dx = 0$, når $k \neq n$.
4. Angiv dimensionen af de underrum, der udspændes af vektorerne i øvelse 3.
5. (F2) I vektorrummet $P_2(\mathbb{R})$ er givet vektorerne

$$P_1(x) = 1 - 3x + 2x^2, P_2(x) = 1 + x + 4x^2, P_3(x) = 1 - 7x$$

¹Opgaver markeret med F2 er opgaver af en type, der vil egne sig til 2-timersprøven til sommer. Ved 2-timersprøven vil evt. bemærkninger om Maple dog være fjernet.

- (a) Vis, at $(P_1(x), P_2(x))$ er en basis for $\text{span}\{P_1(x), P_2(x), P_3(x)\}$.
- (b) Undersøg om vektorerne $Q_1(x) = 1 + 5x + 9x^2$ og $Q_2(x) = 3 - x + 10x^2$ tilhører $\text{span}\{P_1(x), P_2(x), P_3(x)\}$ og angiv i bekræftende fald deres koordinater mht. basis $(P_1(x), P_2(x))$.
6. (F2) LA: Opgave 5.17.

3 Ugens Mapleprocedurer

- GaussianElimination
- LinearSolve
- Rank

4 Hjemmeopgaver

Hjemmeopgaverne er opgaver, der regnes uden for øvelsetiden. Dette betyder, at man ikke skal forvente hjælp i øvelsetiden til disse opgaver. Hjælp til øvelsesopgaverne har første prioritet.

1. (F2) LA 5.10
2. (F2) LA 5.11

5 Afleveringsopgaver

Visse af hjemmeopgaverne og visse af øvelsesopgaverne skal afleveres. Der afleveres opgaver 3 gange pr. semester. Datoerne for afleveringerne fremgår af hjemmesiden. Hvilke opgaver, der skal afleveres, vil blive offentliggjort på hjemmesiden 6 dage før afleveringstidspunktet.

Om afleveringen

1. Sørg for allerede fra starten at skrive forklaringer sammen med beregninger. Dette vil lette afpudsningen, når det via hjemmesiden oplyses, hvilke af opgaverne, der skal afleveres.
2. Brug både Maple og håndregning. Det er vigtigt, at svar altid kontrolleres. Hertil er Maple et fortrinligt hjælpemiddel. Regnefejl bør af den grund slet ikke forekomme.
3. Mellemregninger skal altid angives og forklaringer anføres. Også i et Maple-worksheet skal skrives forklarende tekst mellem udregningerne.
4. Undgå *Cut and Paste* i Maple: Gem i stedet resultater, der skal bruges senere, i en variabel.
5. **Vi insisterer i kurset på, at man bruger Maple notation i input og arbejder i worksheet mode.**