MAT 01901 Opgave E17

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Der er givet matricen

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Vi skal finde egenværdierne for A og for den største af disse bestemme de tilhørende egenvektorer.

Karakterpolynomiet er

$$\begin{vmatrix} 8-\lambda & 10 \\ -3 & -3-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 5\lambda + 6$$

der har rødderne 2 og 3. Disse er derfor egenværdierne for A.

Den største egenværdi er åbenbart 3. Vi finder egenvektorerne v. Disse er løsningerne til $(A - 3E)\, v = 0$. Totalmatricen for dette system er

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

Ved rækkeoperationerne $R_1 := \frac{1}{5} R_1, R_2 := R_2 + 3R_1$ fås

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Altså er egenvektorerne de vektorer, der opfylder ligningen $v_1 + 2v_2 = 0$. Sæt $v_2 = t$, så er $v_1 = -2t$. Egenvektorerne hørende til egenværdien 3 er altså

$$v = \begin{pmatrix} -2t \\ t \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad t \in R$$