

MAT 01901 Opgave E23

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Vi skal for $x > -1$ løse differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(1+x)y^2}$$

med begyndelsesbetingelsen $y(0) = 2$.

Differentialligningen er separabel. Ved separation findes

$$\int y^2 dy = \int \frac{dx}{1+x} + C$$

hvilket giver

$$\frac{1}{3}y^3 = \ln(1+x) + C \tag{1}$$

hvoraf findes

$$y = \sqrt[3]{3\ln(1+x) + 3C}$$

Konstanten C bestemmes lettest ud fra ligning (1) ved indsættelse af $(x, y) = (0, 2)$. Herved fås

$$\frac{1}{3}8 = \ln 1 + C$$

Altså har vi, at $C = \frac{8}{3}$. Løsningen er dermed

$$y(x) = \sqrt[3]{3\ln(1+x) + 8}$$