MAT 01901 Opgave E25

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y'' + y' + \frac{37}{4}y = e^{-t}$$

Differentialligningen er lineær og har konstante koefficienter. Karakterligningen er

$$\lambda^2 + \lambda + \frac{37}{4} = 0$$

der har rødderne

$$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{-1 \pm 6i}{2} = -\frac{1}{2} \pm 3i$$

Den fuldstændige løsning til den homogene differentialligning er derfor

$$y(t) = c_1 e^{-\frac{1}{2}t} \cos(3t) + c_2 e^{-\frac{1}{2}t} \sin(3t)$$

hvor c_1 og c_2 er arbitrære reelle konstanter.

En ansats til en partikulær løsning til den inhomogene ligning er

$$y_p = Ae^{-t}$$

Ved indsættelse af $y(t) = y_p$ i den inhomogene ligning fås, da $y_p' = -Ae^{-t}$ og $y_p'' = Ae^{-t}$, at

$$Ae^{-t} - Ae^{-t} + \frac{37}{4}Ae^{-t} = e^{-t}$$

hvoraf ses, at $A = \frac{4}{37}$, således at $y_p = \frac{4}{37}e^{-t}$.

Den fuldstændige løsning til den inhomogene differentialligning er derfor

$$y(t) = \frac{4}{37}e^{-t} + c_1 e^{-\frac{1}{2}t} \cos(3t) + c_2 e^{-\frac{1}{2}t} \sin(3t)$$

hvor c_1 og c_2 er arbitrære reelle konstanter.