

MAT 01902 Opgave E22

Preben Alsholm

December 2002

Vi skal finde det 2. Taylorpolynomium P_2 med udviklingspunkt 1 for funktionen f givet ved forskriften

$$f(x) = x \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2 \right)$$

for $x \in \mathbb{R}$.

Taylorpolynomiet er givet ved

$$P_2(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{1}{2}f''(1)(x-1)^2$$

Vi finder

$$\begin{aligned} f'(x) &= \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2 \right) + x \cdot \frac{x}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2} = \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2 \right) + \frac{2x^2}{1+x^2} \\ f''(x) &= \frac{2x}{1+x^2} + \frac{(1+x^2)4x - 2x^2 \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x}{1+x^2} + \frac{4x}{(1+x^2)^2} \end{aligned}$$

Heraf fås, at $f'(1) = 1$ og $f''(1) = 2$. Da vi har, at $f(1) = 0$, får vi derfor

$$P_2(x) = x - 1 + (x - 1)^2$$