MAT 91112 Opgave E14

Preben Alsholm

3/6 1997

Der er givet polynomiet

$$p(z) = z^4 - 2z^3 - z^2 + 10z - 20.$$

Det oplyses, at $1 + i\sqrt{3}$ er en af rødderne. Vi skal finde resten. Da polynomiets koefficienter er reelle, så har vi med det samme, at også $1 - i\sqrt{3}$ er rod. Hermed ved vi, at andengradspolynomiet

$$\begin{aligned}\left(z - \left(1 + i\sqrt{3}\right)\right)\left(z - \left(1 - i\sqrt{3}\right)\right) &= \left((z-1) - i\sqrt{3}\right)\left((z-1) + i\sqrt{3}\right) \\ &= (z-1)^2 + 3 = z^2 - 2z + 4\end{aligned}$$

går op i $p(z)$. Polynomiers division giver nu

$$p(z) = z^4 - 2z^3 - z^2 + 10z - 20 = \left(z^2 - 5\right)\left(z^2 - 2z + 4\right)$$

Altså er de resterende to rødder $\pm\sqrt{5}$. Polynomiets rødder er altså

$$1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}.$$