

# MAT 91112 Opgave 24

Preben Alsholm

14/5 1998

Funktionen  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{for } x \neq 0 \\ 0 & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

Vi skal først finde  $f'(x)$  for  $x \neq 0$ . Vi finder

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) - x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) (-2x^{-3}) \\ &= 2x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{2}{x} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) \end{aligned}$$

Dernæst skal vi vise, at  $f$  er differentiabel i 0. For  $x \neq 0$  fås

$$\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{x^2 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x} = x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \rightarrow 0$$

for  $x \rightarrow 0$ , da faktoren  $\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$  forbliver begrænset. Den holder sig jo mellem 1 og  $-1$ .  
Altså er  $f$  differentiabel i 0 med differentialkvotient 0.