MAT 91112 Opgave E35

Preben Alsholm

4/12 1998

Der er givet polynomiet

$$p(z) = z^3 + 3z^2 + \frac{1}{2}z + 3$$

Vi skal bestemme en approksimation til den imaginære rod, der ligger tæt ved $z_0 = i$. Vi skal bruge Newtons metode:

$$z_1 = z_0 - \frac{p(z_0)}{p'(z_0)}$$

Vi finder

$$\begin{aligned}
z_1 &= z_0 - \frac{z_0^3 + 3z_0^2 + \frac{1}{2}z_0 + 3}{3z_0^2 + 6z_0 + \frac{1}{2}} \\
&= i - \frac{i^3 + 3i^2 + \frac{1}{2}i + 3}{3i^2 + 6i + \frac{1}{2}} = i - \frac{-\frac{1}{2}i}{-\frac{5}{2} + 6i} \\
&= i - \frac{-\frac{1}{2}i\left(-\frac{5}{2} - 6i\right)}{\left(-\frac{5}{2} + 6i\right)\left(-\frac{5}{2} - 6i\right)} = i - \frac{-3 + \frac{5}{4}i}{\frac{169}{4}} \\
&= i - \left(-\frac{12}{169} + \frac{5}{169}i\right) = \frac{12}{169} + \frac{164}{169}i
\end{aligned}$$

En decimalbrøkstilnærmelse hertil er $0.071006 + 0.97041i$. En endnu bedre tilnærmelse fås nu ved at erstatte z_0 med den fundne værdi for z_1 i formlen ovenfor. Således kan fortsættes. Roden er med 10 betydende cifre $0.07220358126 + 0.9740952515i$.