MAT 91112 Opgave E9

Preben Alsholm

3/6 1997

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialigningen

$$y''(t) + 14y'(t) + 58y(t) = 29t.$$

Dette er en lineær andenordens differentialligning med konstante koefficienter. Dens tilsvarende homogene ligning har karakterligningen $\lambda^2+14\lambda+58 = 0$, der har rødderne $-7 \pm 3i$. Den fuldstændige løsning til den homogene ligning er derfor

$$y(t) = c_1 e^{-7t} \cos 3t + c_2 e^{-7t} \sin 3t, \qquad c_1, c_2 \in R.$$

En ansats til en løsning til den inhomogene ligning er

$$y_p(t) = at + b.$$

Vi finder åbenbart, at $y_p'(t) = a$ og $y_p''(t) = 0$. Indsættelse i den oprindelige ligning giver

$$0 + 14a + 58\,(at + b) = 29t$$

altså

$$14a + 58b + 58at = 29t.$$

Dette skal gælde for alle $t \in R$. Derfor fås $14a + 58b = 0$ og $58a = 29$. Heraf finder vi $a = \frac{1}{2}$ og $b = -\frac{7}{58}$, hvormed $y_p(t) = \frac{1}{2}t - \frac{7}{58}$. Den fuldstændige løsning til den oprindelige ligning er hermed givet ved

$$y(t) = \frac{1}{2}t - \frac{7}{58} + c_1 e^{-7t} \cos 3t + c_2 e^{-7t} \sin 3t, \qquad c_1, c_2 \in R.$$