

MAT 91112 Opgave E15

Preben Alsholm

5/12 1997

Vi skal undersøge om følgende uegentlige integral er konvergent og i bekræftende fald skal vi finde dets værdi:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)(\ln(1+x))^2}$$

Ved brug af substitutionen $u = \ln(1+x)$, hvorved $du = \frac{1}{1+x}dx$, fås

$$\begin{aligned} \int_1^R \frac{dx}{(1+x)(\ln(1+x))^2} &= \int_{\ln 2}^{\ln(1+R)} \frac{du}{u^2} = \left[-\frac{1}{u} \right]_{\ln 2}^{\ln(1+R)} \\ &= \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln(1+R)} \rightarrow \frac{1}{\ln 2} \end{aligned}$$

for $R \rightarrow \infty$. Altså er integralet konvergent med værdi $\frac{1}{\ln 2}$.