MAT 91112 Opgave E16

Preben Alsholm

5/12 1997

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y'' + 9y' + 14y = 250 \sin t.$$

Dette er åbenbart en lineær differentialligning med konstante koefficienter. Karakterligningen er $\lambda^2 + 9\lambda + 14 = 0$, der har rødderne -7 og -2. Dermed er den fuldstændige løsning til den tilsvarende homogene ligning givet ved

$$y(t) = c_1 e^{-7t} + c_2 e^{-2t},\ c_1, c_2 \in R.$$

Ansats til partikulær løsning til den inhomogene ligning: $y_p(t) = A \sin t + B \cos t$. Vi finder $y_p' = A \cos t - B \sin t$, $y_p'' = -A \sin t - B \cos t$. Indsættelse i differentialligningen giver efter omordning

$$(13A - 9B) \sin t + (9A + 13B) \cos t = 250 \sin t$$

Dette er opfyldt for alle $t \in R$ hvis og kun hvis $13A-9B = 250$ og $9A+13B = 0$. Hermed finder vi $A = 13$ og $B = -9$, hvormed $y_p(t) = 13 \sin t - 9 \cos t$. Den fuldstændige løsning til den givne differentialligning er derfor

$$y(t) = 13 \sin t - 9 \cos t + c_1 e^{-7t} + c_2 e^{-2t},\ c_1, c_2 \in R.$$