# MAT 91112 Opgave E28

Preben Alsholm

15/5 1998

Vi skal løse ligningen

$$z^8 - \sqrt{3} \cdot z^4 + 1 = 0.$$

Vi finder

$$z^4 = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{-1}}{2} = \frac{\sqrt{3} \pm i}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{i}{2}$$

Hermed skal vi løse to binome ligninger:

1.$z^4 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} = e^{i\pi/6}$. Løsningerne er

$$z = e^{i(\pi/24 + \pi/2)}, \quad p = 0, 1, 2, 3$$

Altså vi finder her de fire løsninger

$$\begin{aligned} z_0 &= e^{i\pi/24} \\ z_1 &= e^{i13\pi/24} \\ z_2 &= e^{i25\pi/24} = e^{-i23\pi/24} \\ z_3 &= e^{i37\pi/24} = e^{-i11\pi/24} \end{aligned}$$

2.$z^4 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} = e^{-i\pi/6}$. Løsningerne er simpelthen de kompleks konjugerede af de løsninger, som vi fandt under punkt 1, da højresiden i den nye ligning er den kompleks konjugerede af højresiden i punkt 1. De nye løsninger er derfor

$$\begin{aligned} \overline{z}_0 &= e^{-i\pi/24} \\ \overline{z}_1 &= e^{-i13\pi/24} \\ \overline{z}_2 &= e^{-i25\pi/24} = e^{i23\pi/24} \\ \overline{z}_3 &= e^{-i37\pi/24} = e^{i11\pi/24} \end{aligned}$$

Løsningerne ligger åbenbart alle på enhedscirklen.