MAT 91112 Opgave E30

Preben Alsholm

3/12 1998

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y'' + 10y' + 21y = 8e^{-3t}$$

Ligningen har åbenbart konstante koefficienter. Den tilsvarende homogene ligning har karakterligningen

$$\lambda^2 + 10\lambda + 21 = 0$$

Rødderne er -3 og -7. Den fuldstændige løsning til den homogene ligning er derfor

$$y(t) = c_1 e^{-7t} + c_2 e^{-3t}, \quad c_1, c_2 \in R$$

Ansats til en partikulær løsning til den inhomogene ligning er (da e^{-3t} løser den homogene ligning)

$$y_p(t) = Ate^{-3t}$$

Ved differentiation fås

$$y_p' = Ae^{-3t} - 3Ate^{-3t}, y_p'' = -6Ae^{-3t} + 9Ate^{-3t}$$

Indsættelse giver

$$te^{-3t}(9A - 30A + 21A) + e^{-3t}(-6A + 10A) = 8e^{-3t}$$

hvoraf fås, at $A = 2$, så $y_p(t) = 2te^{-3t}$. Hermed er den fuldstændige løsning fundet til

$$y(t) = 2te^{-3t} + c_1 e^{-7t} + c_2 e^{-3t}, \quad c_1, c_2 \in R$$