

MAT 91112 Opgave E39

Preben Alsholm
IFAK, DTU

18. november 2003

Der er givet begyndelsesværdiproblemet

$$y' = (2 + y)^2 \cos t, \quad y(\pi) = -1$$

Vi bliver ikke bedt om at løse problemet, men kun om at finde løsningens 2. Taylorpolynomium med udviklingspunkt π . Dette er givet ved

$$P_2(t) = y(\pi) + y'(\pi)(t - \pi) + \frac{1}{2}y''(\pi)(t - \pi)^2$$

Vi finder af differentiaalligningen, at $y'(\pi) = (2 + y(\pi))^2 \cos \pi = \cos \pi = -1$. Ved differentiation af differentiaalligningen fås

$$y'' = 2(2 + y)y' \cos t - (2 + y)^2 \sin t$$

Heraf finder vi $y''(\pi) = 2(2 + y(\pi))y'(\pi) \cos \pi - (2 + y(\pi))^2 \sin \pi = 2$. Altså har vi

$$\begin{aligned} P_2(t) &= -1 + (-1)(t - \pi) + \frac{1}{2}2(t - \pi)^2 \\ &= -1 - (t - \pi) + (t - \pi)^2 \end{aligned}$$