# MAT 91122 Opgave E12

Preben Alsholm

5/12 1997

Funktionen $f$ er givet ved

$$f(x,y) = e^x \left(y^2 + x^2 y\right)$$

Vi skal finde største- og mindsteværdi for $f$ på området $S$ givet ved $S = \{(x,y) \,|{-5} \leq x \leq 0 \land -x^2 \leq y \leq 0\}$.

Vi finder de stationære punkter for $f$ :

$$\begin{aligned} f_x(x,y) &= e^x \left(y^2 + x^2 y\right) + e^x 2xy = ye^x \left(y + x^2 + 2x\right) \\ f_y(x,y) &= e^x \left(2y + x^2\right) \end{aligned}$$

Altså har vi

$$\begin{aligned} \nabla f(x,y) &= (0,0) \Longleftrightarrow \left(y = 0 \lor y + x^2 + 2x = 0\right) \land 2y + x^2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow (x,y) = (0,0) \lor (x,y) = (-4,-8) \end{aligned}$$

Af disse to punkter ligger kun $(-4,-8)$ i det indre af $S$.

*Randundersøgelse*. Randen kan opdeles i tre dele:

1. Rand 1. $y = 0$, $x \in [-5, 0]$. Her har vi $f(x,0) = 0$ for alle $x$.

2. Rand 2. $x = -5$, $y \in [-25, 0]$. Her finder vi $f(-5,y) = e^{-5}\left(y^2 + 25y\right) = e^{-5} y \left(y + 25\right) \equiv g(y)$. Da grafen for $g$ er en parabel, der vender grenene i vejret, antages mindsteværdien i punktet midt mellem nulpunkterne 0 og $-25$. Den er altså $g\left(-\frac{25}{2}\right) = -e^{-5}\frac{625}{4}$. Størsteværdien er $g(0) = g(-25) = 0$.

3. Rand 3. $y = -x^2$, $x \in [-5, 0]$. Vi finder $f\left(x, -x^2\right) = e^x\left(x^4 - x^4\right) = 0$.

Vi konkluderer, at størsteværdien på randen som helhed er 0. Mindsteværdien er $-e^{-5}\frac{625}{4}$. Vi skal nu sammenligne disse værdier med funktionsværdien i det stationære punkt. Vi har $f(-4,-8) = -64e^{-4}$. Da denne værdi er mindre end $-e^{-5}\frac{625}{4}$, konkluderer vi, at mindsteværdien for $f$ på $S$ er $-64e^{-4}$ og størsteværdien er 0.