

MAT 91121-22 Opgave E6

Preben Alsholm

27/5 1997

Kurven γ er givet ved parameterfremstillingen $(x, y) = (\sin t, \cos 3t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Den del, k , som vi skal betragte svarer til $t \in [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$. Vi bemærker, at denne del af kurven er en lukket kurve, der gennemløbes i positiv omløbretning. Med $P(x, y) = 0$ og $Q(x, y) = x$ får Greens sætning udseendet

$$\int_k x dy = \iint_S 1 dA$$

Da planintegralet af 1 er arealet af området S , skal vi altså blot udregne kurveintegralet $\int_k x dy$. Vi finder

$$\begin{aligned} \int_k x dy &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin t \cdot (-3 \sin 3t) dt = -3 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin t \sin 3t dt \\ &= -3 \left[\frac{1}{4} \sin 2t - \frac{1}{8} \sin 4t \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$