

# MAT 91122 Opgave E15

Preben Alsholm

13/5 1998

Vi skal beregne planintegralet

$$\iint_S 2xy dA$$

hvor  $S$  er det begrænsede område mellem kurverne  $y = x + 1$  og  $x = y^2 - 1$ .

Vi finder

$$\begin{aligned}\iint_S 2xy dA &= \int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{x+1}} 2xy dy = \int_{-1}^0 x [y^2]_{x+1}^{\sqrt{x+1}} dx \\ &= \int_{-1}^0 x (x+1 - (x+1)^2) dx = \int_{-1}^0 (-x^2 - x^3) dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right]_{-1}^0 = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

Med omvendt integrationsorden går det også:

$$\begin{aligned}\iint_S 2xy dA &= \int_0^1 dy \int_{y^2-1}^{y-1} 2xy dx = \int_0^1 y [x^2]_{y^2-1}^{y-1} dy \\ &= \int_0^1 y ((y-1)^2 - (y^2-1)^2) dy = \int_0^1 (3y^3 - 2y^2 - y^5) dy \\ &= \left[ \frac{3}{4}y^4 - \frac{2}{3}y^3 - \frac{1}{6}y^6 \right]_0^1 = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

