

# MAT 91122 Opgave E48

Preben Alsholm  
IFAK, DTU

21. november 2003

Vi skal finde den funktion  $x$ , der opfylder ligningen

$$x'(t) = 4 \int_0^t x(\tau) e^{-3(t-\tau)} d\tau$$

for alle  $t \geq 0$ , samt begyndelsesbetingelsen  $x(0) = x_0$ . Højre side af ligningen er foldningen af  $x$  med funktionen  $t \mapsto 4e^{-3t}$ . Hermed kan foldningsreglen benyttes og vi finder ved Laplacetransformation

$$s\bar{x}(s) - x(0) = 4\bar{x}(s) \frac{1}{s+3}$$

Da  $x(0) = x_0$ , finder vi dermed, at

$$\left(s - \frac{4}{s+3}\right)\bar{x}(s) = x_0$$

Hermed har vi

$$\begin{aligned}\bar{x}(s) &= x_0 \frac{s+3}{s^2+3s-4} = x_0 \frac{s+3}{(s+4)(s-1)} \\ &= \frac{1}{5}x_0 \left(\frac{1}{s+4} + \frac{4}{s-1}\right)\end{aligned}$$

Altså fås

$$x(t) = \frac{x_0}{5} (e^{-4t} + 4e^t)$$

: