

MAT 91122 Opgave E50

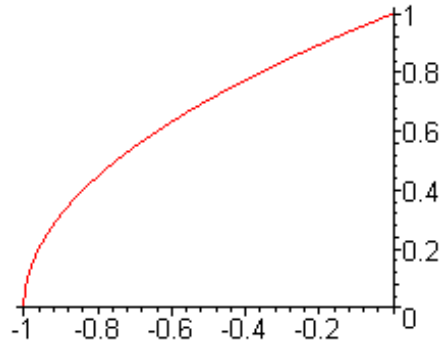
Preben Alsholm

Januar 2001

Vi skal finde planintegralet

$$\int_S ye^x dA$$

hvor S er det begrænsede område i anden kvadrant, der begrænses af koordinataksene og parablen $x = y^2 - 1$. Området ser således ud:



Vi finder

$$\begin{aligned}\int_S ye^x dA &= \int_0^1 dy \int_{y^2-1}^0 ye^x dx = \int_0^1 y[e^x]_{y^2-1}^0 dy \\ &= \int_0^1 y(1 - e^{y^2-1}) dy = \int_0^1 y dy - \int_0^1 ye^{y^2-1} dy \\ &= \left[\frac{1}{2}y^2\right]_0^1 - \int_{-1}^0 \frac{1}{2}e^t dt = \frac{1}{2} - \left[\frac{1}{2}e^t\right]_{-1}^0 \\ &= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-1}\right) = \frac{1}{2}e^{-1} = \frac{1}{2e}\end{aligned}$$

Her har vi brugt substitutionen $t = y^2 - 1$.