Ugeseddel 10
Signaler og Lineære Systemer 01037

Institut for Matematik

13. november 2006

1 Forelæsningen mandag den 13. november kl. 13 - 15

I lærebogen (Ole Christensen, Differentialligninger og uendelige rækker, Institut for Matematik 2006) gennemgås siderne 132-138 (afsnit 6.4-6.5) om Parsevals sætning og Fourierrækker og Hibertrum.
Forelæsningen mandag den 20. november vil omfatte afsnit 7.1-7.2.
Kursushjemmesiden har adressen

http://www2.mat.dtu.dk/education/01037/

hvor al information bringes, bl.a.

- Mapleløsninger til øvelserne (uge 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 er anbragt).
- Mapleløsninger til hjemmeopgaverne (løsninger til 1., 2., 3., 4., 5. ,6. og 7. sæt er anbragt).
- Maplepakken SigLinSys, der bl.a. bruges under forelæsningerne. Den revideres løbende. Sidste revisionsdato kan læses på hjemmesiden. Pakken findes under menupunktet Noter. Et forklarende worksheet findes også der.
- Beamer-præsentationer brugt ved forelæsningerne. Findes under menupunktet Noter.
- Maple-worksheets brugt ved forelæsningerne. Findes under menupunktet Noter.

2 Øvelserne kl. 15-17

Hent den nyeste version af SigLinSys-pakken. Kontrollér gerne ved brug af *FourierRække* fra SigLinSys-pakken.

1. Opgave 202. Denne gang blot (vii), men udnyt resultater fra sidst.
2. Opgave 214. Denne gang blot (iv), men udnyt resultater fra sidst.
3. Opgave Legendre. Legendre-polynomierne $P_n(x)$ hedder i Maple *LegendreP(n, x)*.
   (a) Find Legendre-polynomierne $P_0(x), P_1(x), \ldots, P_5(x)$ vha. Maple.
   Brug *simplify(LegendreP(n, x))*.
   (b) Tegn i samme koordinatsystem polynomierne $(P_n)_{n=0}^{5} = P_0, P_1, \ldots, P_5$ på intervallet $[-1, 1]$.

(c) Med

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)\,\overline{g(x)}dx$$

defineres et skalarprodukt i $L^2(-1,1)$. L^2-normen af f er givet ved

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f\rangle}$$

Vis, at $(P_n)_{n=0}^{5}$ er indbyrdes ortogonale, hvis de betragtes som vektorer i vektorrummet $L^2(-1,1)$. Maple-vink: Lav en dobbeltløkke. Sæt *printlevel* til 2.

(d) Find også L^2-normen af hver af funktionerne P_n. Tør I gætte på en generel formel?

(e) $f \in L^2(-1,1)$ kan skrives

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n$$

hvor

$$c_n = \frac{\langle f, P_n\rangle}{\|P_n\|^2}$$

Find

$$\left\| f - \sum_{n=0}^{5} c_n P_n \right\|$$

når $f(x) = \sin(\pi x)$ for $x \in [-1,1]$.

3 Hjemmeopgaver til aflevering mandag den 13. november

1. Opgave 226.

2. Opgave Hermite. Hermite-polynomierne $H_n(x)$ hedder i Maple *HermiteH(n, x)*.

   (a) Find Hermite-polynomierne $H_0(x), H_1(x), \ldots, H_5(x)$ vha. Maple.
   Brug *simplify(HermiteH(n, x))*.

   (b) Med

   $$\langle f, g\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\overline{g(x)}dx$$

   defineres et skalarprodukt i $L^2(R)$. L^2-normen af f er givet ved

   $$\|f\| = \sqrt{\langle f, f\rangle}$$

   (c) Definér funktionerne f_n ved

   $$f_n(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) H_n(x)$$

   for alle $x \in R$. Vis, at $(f_n)_{n=0}^{5}$ er indbyrdes ortogonale, hvis de betragtes som vektorer i vektorrummet $L^2(R)$. Maple-vink: Lav en dobbeltløkke. Sæt *printlevel* til 2.

   (d) Angiv også L^2-normen af hver af funktionerne f_n. I Maple-hjælpen til HermiteH nævnes, at $\|f_n\|^2 = \sqrt{\pi}2^n n!$. Kan dette bekræftes for $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$?